

Іспит

Рішення, яке працює для $n \leq 20$. Будемо перебирати елементи, які візьмемо у множину за 2^n за допомогою біт-масок (схожа ідея була у другій задачі першого туру III етапу Всеукраїнської олімпіади з програмування). Коли ми обрали множину, будемо знаходити її значення побітового АБО, мінімум та максимум — val , mn та mx відповідно. Якщо $\text{popcount}(val) \geq k$ будемо оновлювати відповідь: $ans = \min(ans, mx - mn)$.

Рішення, яке працює для $a_i < 1024$. Можна відштовхуватися від того, що існує 1024 різних значень a_i . Залишимо по одному входженню кожного значення в масив a (якщо воно було) та відсортуємо масив за зростанням. Побачимо, що на такому масиві нам вигідно обирати його підвідрізки, а не підпоследовності. Припустимо, що ми обрали два елементи з мінімальним та максимальним значеннями — a_l та a_r відповідно. Тобто, його ціна вже є фіксованою. Якщо ми будемо брати елементи, які не будуть збільшувати максимум, чи зменшувати мінімум, його ціна не зміниться. Очевидно, що $\text{popcount}(a|b) \geq \max(\text{popcount}(a), \text{popcount}(b))$, де $|$ позначає побітове АБО. А отже, можна брати усі елементи з індексами $l \leq i \leq r$.

Будемо перебирати усі підвідрізки та оновлювати відповідь за $\mathcal{O}(m^2)$, де m — розмір масиву після видалення повторюваних елементів.

Повне рішення використовує ідею з попереднього рішення. Відсортуємо масив за зростанням та будемо розглядати його підвідрізки. Можна помітити, що якщо не підходив відрізок $(l; r)$, то відрізок $(l + 1; r)$ теж не буде підходити. Це натякає на два вказівники, але як рахувати значення побітового АБО на відріжку? З означення побітового АБО, i -й біт буде дорівнювати 1, якщо він дорівнює 1 хоча б в одному числі, серед яких береться побітове АБО. Можемо зберігати для кожного біта скільки разів він зустрічається на відріжку, а значення побітового АБО можна відновити з цих значень — якщо цей біт зустрічався на відріжку, то цей біт буде й у значенні побітового АБО. Зсуваємо праву границю вправо, доки відрізок не підходить, оновлюємо відповідь і видаляємо найлівіший елемент з відрізка.

Отже, асимптотика — $\mathcal{O}(n \log A)$, де A — максимальне значення a_i .

Автор усіх задач: Андрій Столітній.