Задача A. Тура

Можна побачити, що відповідь — це $n + m - 2$.

Задача B. Координати

Формула відстані від точки (x, y, z) до точки $(0, 0, 0)$ це $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Квадрат цього числа це $x^2 + y^2 + z^2$.

Задача C. Сонний Саша — горе в універі

Автор задачі: **Павло Ціцей**
Задачу підготували: **Павло ціцей, Фейса Богдан**
Розбір написав: **Павло Ціцей**

Переведемо всі числа у хвилини. Тоді у добі є 1800 хвилин, сумарно пари займають $x \cdot 90$ хвилин та домашні завдання займають $\sum_{i=1}^{n} a_i$. Отже, всього не зайнятого часу залишається $1800 - x \cdot 90 - \sum_{i=1}^{n} a_i$. Якщо відповідь від'ємна, то потрібно вивести -1. Інакше потрібно вивести години й хвилини що буде кількість хвилин націло поділити на 60 та кількість хвилин остача від ділення на 60.

Задача D. Богдан проти "хвостів"

Автор задачі: **Павло Ціцей**
Задачу підготували: **Павло ціцей, Фейса Богдан**
Розбір написав: **Павло Ціцей**

Рішення — просимулювати процес, описаний в умові. Тобто розглядаючи елемент i, потрібно додати до відповіді $max(\lfloor \frac{x}{2^k} \rfloor, 1)$ де k це кількість чисел $j < i$ таких, що $a_i = a_j$.

Задача E. Паша також проти "хвостів"?

Автор задачі: **Павло Ціцей**
Задачу підготували: **Павло ціцей, Олександр Тимкович**
Розбір написав: **Павло Ціцей**

Рішення — потрібно зводити кожен елемент до медіани масиву. Тобто якщо медіана це x, то відповідь це $\sum_{i=1}^{n} |a_i - x|$.

Доказ:

Будемо вважати що масив a відсортований. Зафіксуємо якесь k і доведемо що якщо зводити елементи масиву до $x+k$, то відповідь буде більша або рівна за правильну. За припущенням, правильна відповідь $\sum_{i=1}^{n} |a_i - x|$.

Через те, що x — це медіана, ми можемо це переписати як

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} x - a_i + \sum_{i=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^{n} a_i - x$$

Тепер запишемо відповідь для $x + k$.

$$\sum_{i=1}^{n} |a_i - x - k| = \sum_{i=1}^{y} x + k - a_i + \sum_{i=y+1}^{n} a_i - x - k$$

де y — це індекс останнього елементу, що менше або рівне за $x+k$. Якщо $k > 0$, то $y \geqslant \frac{n}{2}$ та віднявши 2 відповіді, ми отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} x - a_i + \sum_{i=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^{n} a_i - x - \sum_{i=1}^{y} x + k - a_i - \sum_{i=y+1}^{n} a_i - x - k =$$

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} x - a_i - x - k + a_i + \sum_{i=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^{y} a_i - x - x - k - a_i + \sum_{i=y+1}^{n} a_i - x - a_i + x + k =$$

$$\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} -k + \sum_{i=\lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1}^{y} -2 \cdot x - k + \sum_{i=y+1}^{n} k =$$

$$-k \cdot \lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 2 \cdot x \cdot (y - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor) - k \cdot (y - \lfloor \frac{n}{2} \rfloor) + k \cdot (n - y) = -2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot x \cdot \lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 2 \cdot k \cdot y + k \cdot n$$

Ми знаємо що $y \geqslant \frac{n}{2}$, тому $-2 \cdot x \cdot y + 2 \cdot x \cdot \lfloor \frac{n}{2} \rfloor \leqslant 0$ and $-2 \cdot k \cdot y + k \cdot n \leqslant 0$, тому відповідь в цьому випадку більша або рівна. Для випадку коли $k < 0$ рішення симетричне.

Задача F. Антон купує кабанчика

Автор задачі: **Фейса Богдан**
Задачу підготував: **Фейса Богдан**
Розбір написав: **Павло Ціцей**

Визначити чи існує послідовність операцій можна так: якщо x не ділиться на 2^k то відповідь -1, так як не існує послідовності. Інакше завжди можна створити таке число. Як мінімум можна це зробити за $\frac{x}{2^k}$ операцій кожен раз використовуючи другу кнопку.

Щоб знайти послідовність цих операцій можна використати такий жадібний алгоритм. Нехай ми вже використали першу кнопку q разів та x має n бітів. Тоді щоб визначити чи ми маємо спочатку додати 2^k чи потрібно далі використати першу кнопку, потрібно перевірити $n - q$-тий біт числа x. Якщо він рівний 1, то перед операцією потрібно додати 2^k. Ці дії потрібно повторювати поки не отримаємо число x.